**Прямые на плоскости.**

**Свойства прямой в евклидовой геометрии:**

1. Через любую точку можно провести бесконечно много прямых;
2. Через любые две несовпадающие точки можно провести единственную прямую;
3. Две несовпадающие прямые на плоскости или пересекаются в единственной точке, или являются параллельными (следует из предыдущего);
4. В трёхмерном пространстве существуют три варианта взаимного расположения двух прямых:
* прямые пересекаются;
* прямые параллельны;
* прямые скрещиваются.

**Прямая** **линия** — алгебраическая кривая первого порядка: в декартовой системе координат прямая линия задается на плоскости уравнением первой степени (линейное уравнение).

1. **Общее уравнение прямой.**

*Определение*. Любая прямая на плоскости может быть задана уравнением первого порядка

*Ах + Ву + С = 0,*

причем постоянные *А, В* не равны нулю одновременно. Это уравнение первого порядка называют **общим уравнением прямой.**

В зависимости от значений постоянных *А, В* и *С* возможны следующие частные случаи:

1. *C = 0, А ≠0, В ≠ 0* – прямая проходит через начало координат
2. *А = 0, В ≠0, С ≠0 {By + C = 0}*- прямая параллельна оси *Ох*
3. *В = 0, А ≠0, С ≠ 0 {Ax + C = 0}* – прямая параллельна оси *Оу*
4. *В = С = 0, А ≠0* – прямая совпадает с осью *Оу*
5. *А = С = 0, В ≠0* – прямая совпадает с осью *Ох*

Уравнение прямой может быть представлено в различном виде в зависимости от каких – либо заданных начальных условий.

1. **Уравнение прямой по точке и вектору нормали.**

 *Определение*. В декартовой прямоугольной системе координат [вектор](https://www.calc.ru/Vektor-Vidy-Vektorov.html) с компонентами (А, В) перпендикулярен прямой , заданной уравнением

*Ах + Ву + С = 0.*

*Нормальным вектором плоскости считается любой ненулевой вектор, который лежит на перпендикулярной к данной плоскости прямой.*

*Пример*. Найти уравнение прямой, проходящей через точку*А(1,2)* перпендикулярно вектору *(3, -1).*

*Решение*. Составим при А = 3 и В = -1 уравнение прямой: 3х – у + С = 0. Для нахождения коэффициента С

подставим в полученное выражение координаты заданной точки А. Получаем: 3 – 2 + C = 0, следовательно С = -1.

Итого: искомое уравнение: 3х – у – 1 = 0.

1. **Уравнение прямой, проходящей через две точки.**

Пусть в пространстве заданы две точки

*M 1 ( x 1 , y 1 , z 1 )*и *M2 ( x 2, y 2 , z 2),*

тогда **уравнение прямой**, **проходящей через эти точки (2):**



Если какой-либо из знаменателей равен нулю, следует приравнять нулю соответствующий числитель.

На плоскости записанное выше уравнение прямой упрощается:



если *х1 ≠ х2*  и *х = х1* , если *х1 = х2* .

Дробь =k  называется **угловым коэффициентом** **прямой**.

*Пример*. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1, 2) и В(3, 4).

*Решение*. Применяя записанную выше формулу, получаем:



1. **Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту.**

 Если общее уравнение прямой *Ах + Ву + С = 0* привести к виду:



и обозначить,

то полученное уравнение называется **уравнением прямой с угловым коэффициентом k.**

1. **Уравнение прямой по точке и направляющему вектору.**

 По аналогии с пунктом, рассматривающим уравнение прямой через вектор нормали, можно ввести задание прямой через точку и направляющий вектор прямой.

 *Определение*. Каждый ненулевой вектор   *(α1, α2)*, компоненты которого удовлетворяют условию *Аα1 + Вα2 = 0* называется **направляющим вектором прямой** *Ах + Ву + С = 0.*

*Пример*. Найти уравнение прямой с направляющим вектором (1, -1) и проходящей через точку А(1, 2).

*Решение*. Уравнение искомой прямой будем искать в виде: *Ax + By + C = 0.* В соответствии с определением, коэффициенты должны удовлетворять условиям:

*1 \* A + (-1) \* B = 0, т.е. А = В.*

Тогда уравнение прямой имеет вид: *Ax + Ay + C = 0,* или *x + y + C / A = 0.*

при *х = 1, у = 2*получаем *С/ A = -3*, т.е. искомое уравнение:

*х + у - 3 = 0*

1. **Уравнение прямой в отрезках.**

Если в общем уравнении прямой Ах + Ву + С = 0 С≠0, то, разделив на (–С), получим:

или

 где 

*Геометрический смысл коэффициентов в том, что коэффициент а является координатой точки пересечения прямой с осью Ох, а b – координатой точки пересечения прямой с осью Оу.*

*Пример*. Задано общее уравнение прямой*х – у + 1 = 0.*Найти уравнение этой прямой в отрезках.

а = -1, b = 1, С = 1, 