МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ БУРЯТИЯ

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«БУРЯТСКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНФОРМАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»
(ГБПОУ «БРИЭТ»)

УТВЕРЖДАЮ

_______ А. Б. Аюшиева

Заместитель директора БРИЭТ

26 июня 2023

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
по учебной дисциплине
ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Фонда оценочных средств ОПОП по специальностям
09.02.06. Сетевое и системное администрирование
09.02.07. Информационные системы и программирование

г. Улан-Удэ

2023

Фонд оценочных средств по дисциплине ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики разработан в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальностям 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 9 декабря 2016 г. N1547, 09.02.06 «Сетевое и системное администрирование», утвержденного приказом №519 Министерством просвещения России от 10.07. 2023 г; и на основании приказа Минобрнауки РФ от 14.06.2013г., № 464 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам среднего профессионального образования».

Разработчик:

ГБПОУ «БРИЭТ» **преподаватель** **Хабарыгзенова Б.Ц.**

(место работы) (занимаемая должность) (инициалы, фамилия)

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии ИТ

Протокол заседания № 11 от 20.06. 2023 года

Председатель ЦК ИТ ________ Бальчугова В. В.

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена. Итогом экзамена является оценка.

КОС разработаны на основании:

основной профессиональной образовательной программы СПО по программе подготовки специалистов среднего звена по специальностям 09.02.06 Сетевое и системное администрирование, 09.02.07 Информационные системы и программирование и рабочей программы учебной дисциплины ЕН.02 Дискретная математикас элементами математической логики.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
Умения: 1. Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики. 2. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.	Полнота продемонстрированныхзнаний и умение применять их при выполнении практических работ
Знания: 1. Основные принципы математической логики, теориимножеств и теории алгоритмов. 2. Формулы алгебры высказываний. 3. Методы минимизации алгебраических преобразований. 4. Основы языка и алгебры предикатов. 5. Основные принципы теории множеств.	Выполнение практических работ в соответствии с заданием

Комплект контрольно-оценочных средств

Тип контрольного задания: Практические работы

Проверяемые результатыобучения: У1 – У2, З1 – З5

Критерии оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	1. дан полный ответ на основе изученных теорий; 2. материал понят и осознан; 3. материал изложен в определенной логической последовательности литературным языком; 4. ответ самостоятельный.
«Хорошо» - 4	1. дан правильный ответ на основе изученных теорий; 2. материал понят и осознан; 3. материал изложен в определенной логической последовательности литературным языком; 4. допущены 2-3 несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя, или некоторая неполнота ответа,шероховатость в изложении материала.
«Удовлетворительно» - 3	1. материал в основном изложен полно, но при этом допущены1-2 существенные ошибки; 2. ответ неполный, построен несвязно, с помощью наводящихвопросов преподавателя.
«Неудовлетворительно» - 2	1. ответ обнаруживает незнание или непонимание большей и наиболее существенной части учебного материала

Составитель:

Хабарыгзенова Б.Ц. преподаватель

Практическая работа:

Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

Цель работы: научиться применять законы логики для преобразования логических выражений.

Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в обычной алгебре. Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры логики.

Под ***упрощением формулы***, не содержащей операций импликации и эквиваленции, понимают равносильное преобразование, приводящее к формуле, которая либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит меньшее число вхождений переменных.

Некоторые преобразования логических формул похожи на преобразования формул в обычной алгебре (вынесение общего множителя за скобки, использование переместительного и сочетательного законов и т.п.), тогда как другие преобразования основаны на свойствах, которыми не обладают операции обычной алгебры (использование распределительного закона для конъюнкции, законов поглощения, склеивания, де Моргана и др.).

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Закон	Для ИЛИ	Для И
Переместительный	$x \vee y = y \vee x$	$x \cdot y = y \cdot x$
Сочетательный	$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
Распределительный	$x \cdot (y \vee z) = x \cdot y \vee x \cdot z$	$x \vee (y \cdot z) = (x \vee y) \cdot (x \vee z)$
Правила де Моргана	$\overline{x \vee y} = \overline{y} \cdot \overline{x}$	$\overline{x \cdot y} = \overline{y} \vee \overline{x}$
Равносильности	$x \vee x = x$	$x \cdot x = x$
Поглощения	$x \vee (x \cdot y) = x$	$x \cdot (x \vee y) = x$
Склеивания	$(x \cdot y) \vee (\overline{x} \cdot y) = y$	$(x \vee y) \cdot (\overline{x} \vee y) = y$
Операция переменной с ее инверсией	$x \vee \overline{x} = 1$	$x \cdot \overline{x} = 0$
Операция с константами	$x \vee 0 = x;\ x \vee 1 = 1$	$x \cdot 1 = x;\ x \cdot 0 = 0$
Двойного отрицания	$\overline{\overline{x}} = x$	

Цель работы:

1. Научиться использовать законы алгебры логики для упрощения логических формул.

Ход работы:

1. Проверить равносильности двумя способами: построив таблицу истинности и упростив левую и правую части.
2. Упростить логические формулы.

<u>Примечание.</u> Все задания выполняются в соответствии с номером варианта.

Вариант 1

1. $\overline{\overline{b\vee c}\vee\overline{a\vee c}\vee a\cdot b}=c\cdot\bar a\vee c\cdot\bar b$;
2. $(\overline{X\cdot Y}\vee\overline{X}\cdot Y\cdot Z)\cdot(\overline{X}\vee\overline{X\cdot Y\vee\overline{Y}})$;

Вариант 2

1. $\overline{\bar a\vee\bar b\cdot(a\vee c)\vee b\cdot(\overline{a\vee c})}=a\cdot b$;
2. $(A\vee\overline{B})\cdot(\overline{A}\vee B)\vee\overline{A\cdot B}$.

Вариант 3

1. $(a\cdot b\vee a\cdot b\cdot\bar c\vee b\cdot\bar c\vee c)\cdot(c\vee a\cdot c\vee\bar a\cdot b\cdot c)=c$
2. $(\overline{A}\cdot B)\cdot(B\vee C)\cdot(A\vee B\cdot C)$.

Вариант 4

1. $(b\cdot c\vee a\cdot\bar b\cdot\bar c\vee\bar a\cdot c)\cdot(a\cdot b\vee\bar c\vee a\cdot c)=a\cdot((b\cdot c)\vee(\bar b\cdot\bar c))$.
2. $(\overline{\overline{X}\cdot\overline{Y}}\vee\overline{X})\cdot\overline{X\vee\overline{\overline{X}\cdot Y}}$

Вариант 5

1. $(a\vee b)\cdot(a\vee c)=a\vee b\cdot c$;
2. $A\cdot((\overline{B}\vee\overline{C})\vee\overline{B}\cdot C)\vee\overline{A}$.

Вариант 6

1. $(a\cdot b\vee a\cdot\bar b\cdot c\vee\bar b\cdot\bar a\cdot\bar c)\cdot(\bar a\cdot b\cdot c\vee\bar a\cdot b\cdot\bar c\vee a\cdot b\cdot c)=a\cdot b\cdot c$;
2. $a\cdot d\cdot(\bar a\vee\bar c\cdot b\vee d)\vee a\cdot\bar c\vee\bar a\cdot b\cdot\bar c$.

Вариант 7

1. $a\cdot b\cdot c\vee\bar a\cdot b\cdot c\vee a\cdot\bar b\cdot c\vee\bar a\cdot\bar b\cdot c=c$;
2. $a\cdot b\cdot c\vee a\cdot b\cdot\bar c\vee a\cdot\bar b\cdot c\cdot d\vee a\cdot b\cdot c\cdot\bar d\vee a\cdot b\cdot c\cdot d$.

Вариант 8

1. $a\cdot b\vee a\cdot\bar b\cdot c\vee\bar b\cdot a\cdot\bar c\vee a\cdot\bar c=a$;
2. $\overline{a\vee b\vee c}\vee\bar b\vee(\overline{a\vee\bar b\vee c}\cdot\overline{\bar a\vee b\vee c})\vee\bar a\cdot\bar b$.

Вариант 9

1. $((\overline{(a\vee b)\cdot(\bar a\vee\bar b)}))\vee\bar a\vee b=\bar a\vee b$;
2. $a\vee d\vee\bar a\cdot b\cdot c\vee\bar a\cdot\bar b\cdot c\vee\bar a\cdot\bar b\cdot\bar c$.

Вариант 10

1. $(a\cdot\bar{b}\vee\bar{b}\cdot\bar{c})\cdot(a\cdot b\vee a\cdot c\vee b\cdot c)\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\vee\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}=\bar{b}\cdot\bar{c}\vee a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}$;
2. $a \vee b \vee \bar{b}\cdot c\cdot d \vee \bar{b}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} \vee \bar{b}\cdot\bar{c}\cdot d$.

Вариант 11

1. $(b\cdot c\vee a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\vee\bar{a}\cdot c)\cdot(a\cdot b\vee\bar{c}\vee a\cdot c)=a\cdot((b\cdot c)\vee(\bar{b}\cdot\bar{c}))$;
2. $a\cdot b\cdot c \vee a\cdot\bar{b}\cdot c \vee a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d$.

Вариант 12

1. $\overline{\overline{b\vee c}\vee\overline{a\vee c}\vee a\cdot b}=c\cdot\bar{a}\vee c\cdot\bar{b}$;
2. $a\cdot\bar{c} \vee c\cdot(a \vee \bar{b}) \vee c\cdot(b \vee \bar{c})$.

Вариант 13

1. $(a\cdot b\vee a\cdot\bar{b}\cdot c\vee\bar{b}\cdot\bar{a}\cdot\bar{c})\cdot(\bar{a}\cdot b\cdot c\vee\bar{a}\cdot b\cdot\bar{c}\vee a\cdot b\cdot c)=a\cdot b\cdot c$;
2. $(\bar{a} \vee c)\cdot\overline{a\cdot c}\cdot(b \vee \bar{c})\cdot\overline{b\cdot c}$.

Вариант 14

1. $(a\cdot\bar{b}\vee\bar{b}\cdot\bar{c})\cdot(a\cdot b\vee a\cdot c\vee b\cdot c)\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\vee\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}=\bar{b}\cdot\bar{c}\vee a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}$;
2. $\overline{a\cdot(b \vee \bar{c}) \vee \bar{a}\cdot b}$.

Вариант 15

1. $(b\cdot c\vee a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\vee\bar{a}\cdot c)\cdot(a\cdot b\vee\bar{c}\vee a\cdot c)=a\cdot((b\cdot c)\vee(\bar{b}\cdot\bar{c}))$;
2. $a\cdot\bar{c} \vee c\cdot(b \vee \bar{c}) \vee (a \vee \bar{b})\cdot c$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- В чем разница между простыми и составными высказываниями?
- Как определяется количество строк в таблице истинности?
- Какими способами можно определить равносильность формул логики?

Практическая работа:
Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований.

Цель работы: научиться определять ДНФ и КНФ, решать логические задачи средствами алгебры логики.

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основные формулы алгебры высказываний, методы минимизации алгебраических преобразований; необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

Выполнение данной практической работы способствует формированию профессиональных компетенций ПК 1.2.Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности; ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

С помощью равносильных преобразований формулу логики можно привести к дизъюнктивной или конъюнктивной нормальной форме (ДНФ и КНФ).

Дизъюнктивной нормальной формой называется дизъюнкция простых конъюнкций.

Пример 1. Привести к ДНФ формулу $(X\to Y)\&(Y\to Z)$.

Решение

1. избавляемся от импликации в скобках;
2. раскрываем скобки, пользуясь законом дистрибутивности;
3. упрощаем выражение, пользуясь законом непротиворечия ($Y\overline{Y} = 0$) и законом константыдля нуля ($X\vee 0=X$).

$(X\to Y)\&(Y\to Z) = (\overline{X}\vee Y)\&(\overline{Y}\vee Z) = \overline{X}\overline{Y}\vee\overline{X}Z\vee Y\overline{Y}\vee YZ = \underline{\overline{X}\overline{Y}\vee\overline{X}Z\vee YZ}$

Ответ: $(X\to Y)\&(Y\to Z) = \overline{X}\overline{Y}\vee\overline{X}Z\vee YZ$.

Конъюнктивной нормальной формой называется конъюнкция простых дизъюнкций.

Пример 2.Привести к КНФ формулу $(X\to Y)((\overline{Y}\to Z)\to\overline{X})$

Решение

1. избавляемся от импликации в скобках;
2. во второй скобке используем закон де Моргана $\overline{Y\vee Z} = \overline{Y}\&\overline{Z}$ и далее закон дистрибутивности.

$(X\to Y)((\overline{Y}\to Z)\to\overline{X}) = (\overline{X}\vee Y)(\overline{\overline{Y}\vee Z}\vee\overline{X}) = (\overline{X}\vee Y)((\overline{Y}\&\overline{Z})\vee\overline{X}) = \underline{(\overline{X}\vee Y)\&(\overline{Y}\vee\overline{X})\&(\overline{Z}\vee\overline{X})}$

Ответ: $(X\to Y)((\overline{Y}\to Z)\to\overline{X}) = (\overline{X}\vee Y)\&(\overline{Y}\vee\overline{X})\&(\overline{Z}\vee\overline{X})$.

Разнообразие логических задач очень велико. Способов их решения тоже немало. Но наибольшее распространение получили следующие три способа решения логических задач: ***средствами алгебры логики с помощью равносильных преобразований; табличный; с помощью рассуждений***.

Пример 3. ***Решить задачу с помощью преобразований***

Кто из учеников идет на олимпиаду по физике, если известно следующее:

1) Если Миша идет, то идет Аня, но не идет Маша.
2) Если Маша не идет на олимпиаду, то идет Аня, но не идет Миша.
3) Если Аня идет, то идет Миша, но не идет Маша.

Решение. Введем обозначение для простых логических высказываний:

А – Аня идет на олимпиаду

В – Маша идет на олимпиаду

С – Миша идет на олимпиаду

Запишем сложные высказывания, выражающие известные факты:

1) $C \rightarrow (A\bar{B})$
2) $\bar{B} \rightarrow (A\bar{C})$
3) $A \rightarrow (C\bar{B})$

Запишем произведение сложных высказываний и упростим его:

$(C\rightarrow (A\bar{B}))\&(\bar{B}\rightarrow (A\bar{C}))\&(A \rightarrow (C\bar{B})) = (\bar{C}\vee (A\bar{B}))\&(B\vee (A\bar{C}))\&(\bar{A}\vee(C\bar{B})) =$

$= (\bar{C}B \vee A\bar{B}B\vee\bar{C}A\bar{C}\vee A\bar{B}A\bar{C})\&(\bar{A}\vee(C\bar{B})) = (\bar{C}B \vee\bar{C}A\vee A\bar{B}\bar{C})\&(\bar{A}\vee(C\bar{B})) =$

$= (\bar{C}B \vee\bar{C}A (1 \vee\bar{B}))\&(\bar{A}\vee(C\bar{B})) = (\bar{C}B \vee\bar{C}A)\&(\bar{A}\vee(C\bar{B})) = \bar{C}B\bar{A}\vee\bar{C}A\bar{A}\vee\bar{C}B C\bar{B}\vee\bar{C}AC\bar{B} = \mathbf{\bar{C}B\bar{A}}$

Ответ: на олимпиаду идет Маша

Пример 4. ***Решить задачу с помощью преобразований***

Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

1) Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. Первым будет Хилл.
2) Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, — воскликнул Ник. — А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым.
3) Питер, к которому обратился Ник, возмутился: Хиллу не видать первого места

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из предположений двоих друзей подтвердилось, а предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?

Решение. Введем обозначения для логических высказываний:

A — победит Шумахер; B — победит Хилл; C — победит Алези.

Запишем сложные высказывания, выражающие известные факты:

1. $\bar{A}B$
2. $A\bar{C}$
3. $\bar{B}$

Возможные три случая:

Прав Джон и Ник, Питер не прав: $\overline{(\bar{A}}BA\bar{C})\bar{\bar{B}} = 0$ (должно быть 1)

Прав Питер и Джон, Ник не прав: $(\bar{A}B\bar{B})\overline{A\bar{C}} = 0$ (должно быть 1)

Прав Питер и Ник, Джон не прав:

$(A\bar{C}\bar{B})\overline{\bar{A}B} = (A\bar{C}\bar{B})(A\vee\bar{B}) = A\bar{C}\bar{B}\vee A\bar{C}\bar{B} = A\bar{C}\bar{B} = 1$

Ответ: A – победит Шумахер; Хилл и Алези не победят

Пример 5. ***Решить задачу табличным способом***

Три дочери писательницы Дорис Кей — Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств — пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго.

Известно, что:

1. Джуди живет не в Париже, а Линда — не в Риме;
2. парижанка не снимается в кино;
3. та, кто живет в Риме, певица;
4. Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис, и какова ее профессия?

Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия 1 и 4, заполнив клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание:

Париж	Рим	Чикаго		Пение	Балет	Кино
0			Джуди			
			Айрис			
	0		Линда		0	

Так как Линда живет не в Риме, то, согласно условию 3, она не певица. В клетку, соответствующую строке "Линда" и столбцу "Пение", ставим 0. Из таблицы сразу видно, что Линда киноактриса, а Джуди и Айрис не снимаются в кино.

Париж	Рим	Чикаго		Пение	Балет	Кино
0			Джуди			0
			Айрис			0
	0		Линда	0	0	1

Согласно условию 2, парижанка не снимается в кино, следовательно, Линда живет не в Париже. Но она живет и не в Риме. Следовательно, Линда живет в Чикаго. Так как Линда и Джуди живут не в Париже, там живет Айрис. Джуди живет в Риме и, согласно условию 3, является певицей. А так как Линда киноактриса, то Айрис балерина.
В результате постепенного заполнения получаем следующую таблицу:

Париж	Рим	Чикаго		Пение	Балет	Кино
0	0	1	Джуди	1	0	0
1	0	0	Айрис	0	1	0
0	0	1	Линда	0	0	1

Ответ. Айрис балерина, живет в Париже.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1. Определить дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы

а) Найти ДНФ для формул:

I вариант	II вариант	III вариант	IV вариант

$(x \vee y \& z) \& (x \vee z)$	$x \vee \overline{yz}(x \vee y)$	$x \& \overline{yz} \vee x \vee y$	$(x \vee z)(\overline{xy}) \vee x$

б) Найти КНФ для формулы:

I вариант	**II вариант**	**III вариант**	**IV вариант**
$\bar{y}\bar{x} \vee yx \vee x$	$\bar{y}\bar{x} \vee \bar{y}x \vee yz$	$((\bar{x} \vee z) \to y)(\bar{x} \to z)$	$(z \to y\bar{x})(\bar{x}y \to z)$

Задание 2. Решить с помощью преобразований

I вариант

Задача 1. Кто играет в шахматы? Определите, кто из трёх мальчиков Александр, Борис и Сергей играет в шахматы, если известно:

1) играет Александр или Борис;
2) если играет Александр, то играет и Борис;
3) Александр и Сергей оба играют или оба не играют.

Задача 2. Три ученика, Саша, Коля и Вова, прогуляли информатику. Когда их спросили, кому пришла в голову эта идея, они ответили следующее:

1) Саша: «Я никогда не призывал к прогулу, это была идея Коли».
2) Коля: «Я никогда не предложил бы это первым, во всем виноват Вова».
3) Вова: «Эта идея пришла в голову Коле. Я просто пошел за компанию».

Внутренним чутьем учитель почувствовал, что два ученика говорят правду, а третий – лжет. Кто из учеников был инициатором прогула?

II вариант

Задача 1. Компьютер вышел из строя. Известно, что:

1) Если монитор неисправен, то исправна видеокарта, но несправна оперативная память.
2) Если видеокарта исправна, то исправна оперативная память, но неисправен монитор.
3) Если оперативная память исправна, то исправна видеокарта, но неисправен монитор.

Что неисправно в компьютере?

Задача 2. Три школьника, Миша, Коля и Сергей, остававшиеся в классе на перемене, были вызваны к директору по поводу разбитого в это время окна в кабинете. На вопрос директора о том, кто это сделал, мальчики ответили следующее:

1) Миша: «Я не бил окно, и Коля тоже…»
2) Коля: «Миша не разбивал окно, это Сергей разбил футбольным мячом!»
3) Сергей: «Я не делал этого, стекло разбил Миша».

Стало известно, что двое ребят сказали правду, а третий оба факта соврал. Зная это, директор смог докопаться до истины. Кто разбил стекло в классе?

III вариант

Задача 1. По телевизору синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1)Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.

2)Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.

3)Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Какая же погода будет завтра?

Задача 2. Один из 3 братьев: Алеша, Витя и Семен поставил на скатерть кляксу. Кто запачкал скатерть? - спросила бабушка.

1) Витя не ставил кляксу, - сказал Алеша, - Это сделал Семен.
2) Это Витя поставил кляксу, - сказал Семен, - А Алеша не пачкал скатерть.
3) Я знаю, что Семен не мог этого сделать. - сказал Витя.

Оказалось, что двое мальчиков сказали правду, а один сказал неправду. Кто поставил на скатерть кляксу?

IV вариант

Задача 1. Определите, кто из подозреваемых участвовал в преступлении, если известно:

1) если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал;
2) если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал.
3) в преступлении участвовал только один из трех подозреваемых.

Задача 2.Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предположения:

1) Аня пойдет в кино, а Вика останется дома;
2) Сергей пойдет в кино, но Аня не пойдет;
3) Сергей не пойдет в кино и Вика не пойдет в кино.

Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинным оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?

Задание 3. Решить табличным способом

I вариант

Задача 1. Воронов, Павлов, Левицкий и Сахаров — 4 талантливых молодых человека. Один из них — танцор, другой — художник, третий — певец, а четвертый — писатель. О них известно следующее:

1) Воронов и Левицкий сидели в зале консерватории в тот вечер, когда певец дебютировал в сольном концерте.
2) Павлов и писатель вместе позировали художнику.
3) Писатель написал биографическую повесть о Сахарове и собирается написать о Воронове.
4) Воронов никогда не слышал о Левицком.

Задача 2. Марина, Валерия, Анна и Дарья - подруги детства. Они умеют играть на разных инструментах (пианино, гитаре, арфе и скрипке), но каждая только на одном. Они же знают иностранные языки, но каждая только один. Известно еще вот что:

1) Анна не играет на скрипке, но знает французский язык.
2) Валерия не знает английского языка и не играет ни на арфе, ни на скрипке.
3) Девушка , которая говорит по-немецки, не играет на арфе.

4) Марина не знает ни английского, ни немецкого и не играет ни на скрипке, ни на арфе.
5) Девушка, которая играет на гитаре, говорит по-итальянски.

На каком языке говорит, и на каком инструменте играет каждая девочка?

II вариант

Задача 1. Атос, Портос, Арамис и Д'Артаньян – четыре талантливых молодых мушкетёра. Один из них лучше всех сражается на шпагах, другой не имеет равных в рукопашном бою, третий лучше всех танцует на балах, четвертый без промаха стреляет с пистолетов. О них известно следующее:

1) Атос и Арамис наблюдали на балу за их другом – прекрасным танцором.
2) Портос и лучший стрелок вчера с восхищением следили за боем рукопашника.
3) Стрелок хочет пригласить в гости Атоса.
4) Портос был очень большой комплекции, поэтому танцы были не его стихией.

Кто чем занимается?

Задача 2. Жили-были на свете три поросёнка, три брата: Ниф-Ниф, Наф-Наф, Нуф-Нуф. Построили они три домика: соломенный, деревянный и кирпичный. Все три брата выращивали возле своих домиков цветы: розы, ромашки и тюльпаны. Известно, что:

1) Ниф-Ниф живет не в соломенном домике, а Наф-Наф – не в деревянном;
2) возле соломенного домика растут не розы, а тот, у кого деревянный домик, выращивает ромашки.
3) У Наф-Наф аллергия на тюльпаны, поэтому он не выращивает их.

Узнайте, кто в каком домике живет, и какие цветы выращивает.

III вариант

Задача 1. «Город мастеров». В нашем городе живут 5 друзей: Иванов, Петров, Сидорчук, Веселов и Гришин. У них разные профессии: маляр, мельник, парикмахер, почтальон, плотник. Но я точно знаю, что:

1) Петров и Гришин никогда не держали в руках малярной кисти
2) Иванов и Гришин давно собираются посетить мельницу, где работает их товарищ.
3) Петров и Веселов живут в одном доме с почтальоном.
4) Сидорчук недавно был в загсе одним из свидетелей, когда Петров и дочка парикмахера сочетались законным браком
5) Иванов и Петров каждое воскресенье играют в городки с плотником и маляром
6) Гришин и Веселов по субботам встречаются в парикмахерской, где работает их друг.
7) Почтальон же предпочитает бриться дома.

Помогите мне установить профессию каждого из друзей.

Задача 2. Три товарища, Иван, Дмитрий и Степан преподают различные предметы в школах Москвы, Санкт-Петербурга и Киева. Известно, что:

1) Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Ленинграде;
2) Москвич преподает не физику;

3) Тот, кто работает в Ленинграде, преподает химию;
4) Дмитрий преподает не биологию.

Какой предмет, и в каком городе преподает каждый товарищ?

IV вариант

Задача 1. В авиационном подразделении служат Потапов, Щедрин, Семенов, Коновалов и Самойлов. Их специальности: пилот, штурман, бортмеханик, радист и синоптик. Об этих людях известно следующее:

1) Щедрин и Коновалов не умеют управлять самолетом.
2) Потапов и Коновалов пока не штурманы.
3) Щедрин и Самойлов живут в одном доме с радистом.
4) Семенов был в доме отдыха вместе со Щедриным и сыном синоптика.
5) Потапов и Щедрин в свободное время любят играть в шахматы с бортмехаником.
6) Коновалов, Семенов и синоптик увлекаются боксом.
7) Радист боксом не увлекается.

Кто какой профессии?

Задача 2. Маша, Женя, Лида и Катя умеют играть на различных инструментах (виолончели, рояле, гитаре и скрипке). Они же владеют различными иностранными языками (английским, французским, немецким, испанским), но каждая только одним. Известно, что:

1) девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански.
2) Лида не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка, так же как и Маша.
3) Девушка, которая говорит по-немецки, не умеет играть на виолончели,
4) Женя знает французский язык, но не умеет играть на скрипке.

Кто же из девушек, какой язык знает, и на каком инструменте играет?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие законы логики Вы использовали при представлении булевой функции в виде ДНФ и КНФ?
2. Методом рассуждений решите задачу. Сегодня не воскресенье, а завтра не среда. Вчера была не пятница, а позавчера был не понедельник. Завтра не воскресенье, и вчера было не воскресенье. Послезавтра не суббота и не воскресенье. Вчера был не понедельник, и не среда. Позавчера была не среда, а завтра не вторник. Да, и сегодня не среда. Какой же сегодня день недели, если учесть, что одно утверждение в списке - ложно?

Практическая работа:
Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.

Цель работы: научиться представлять булевы функции в виде СДНФ и СКНФ; научиться строить логические схемы, реализующие булевы функции.

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основные формулы алгебры высказываний;необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

Выполнение данной практической работы способствует формированию профессиональных компетенций ПК 1.2.Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности; ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы; ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Нормальная форма называется **совершенной**, если в каждой ее элементарной дизъюнкции (конъюнкции) представлены все переменные, входящие в данную функцию (либо сами, либо с отрицанием).

Пример 1. Найти СДНФ для булевой функции: $F(x,y,z) = (x\leftrightarrow y)\vee(y\leftrightarrow z)$ аналитическим способом и с помощью таблицы истинности.

Решение.

а) С помощью законов логики заменим эквиваленцию дизъюнкцией и отрицанием, приведембулеву функцию к ДНФ.

$F(x,y,z) = (x\leftrightarrow y)\vee(y\leftrightarrow z) = (xy\vee\bar{x}\bar{y}) \vee(yz\vee\bar{y}\bar{z}) = xy\vee\bar{x}\bar{y}\vee yz\vee\bar{y}\bar{z}$.

Т.к. в каждом слагаемом не хватает по одной переменной, умножим каждое слагаемое на 1, и затем представим 1 в виде: $1 = a\vee\bar{a}$ (вместо *a* необходимо записать недостающую переменную)

$F(x,y,z)$

$=xy1\vee\bar{x}\bar{y}1\vee yz1\vee\bar{y}\bar{z}1=xy(z\vee\bar{z})\vee\bar{x}\bar{y}(z\vee\bar{z})\vee yz(x\vee\bar{x})\vee\bar{y}\bar{z}(x\vee\bar{x})=\underline{xyz}\vee xy\bar{z}\vee\bar{x}\bar{y}z\vee\underline{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\vee\underline{yzx}\vee yz\bar{x}\vee$

$\vee\bar{y}\bar{z}x\vee\underline{\bar{y}\bar{z}\bar{x}}$ $=\boldsymbol{xyz\vee xy\bar{z}\vee\bar{x}\bar{y}z\vee yz\bar{x}\vee\bar{y}\bar{z}x\vee\bar{y}\bar{z}\bar{x}}$

б) Построим таблицу истинности для функции $F(x,y,z) = (x\leftrightarrow y)\vee(y\leftrightarrow z)$.

x	y	z	$x\leftrightarrow y$	$y\leftrightarrow z$	$(x\leftrightarrow y)\vee(y\leftrightarrow z)$
0	0	0	1	1	**1**
0	0	1	1	0	**1**
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	**1**
1	0	0	0	1	**1**
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	**1**

1	1	1	1	1	**1**

В последнем столбце выделим наборы, для которых значение функции истинно и для каждого набора построим элементарные конъюнкции, причем каждой переменной x_k=1 будет соответствовать x_k, а каждой x_k=0 будет соответствовать $\bar{x}_k$. Далее составляем дизъюнкции построенных элементарных конъюнкций.

F(x,y,z) =$\mathbf{xyz\vee\bar{x}\bar{y}z\vee\bar{x}yz\vee x\bar{y}\bar{z}\vee xy\bar{z}\vee\bar{y}\bar{z}\bar{x}}$

Ответ: СДНФF(x,y,z) = $xyz\vee xy\bar{z}\vee\bar{x}\bar{y}z\vee yz\bar{x}\vee\bar{y}\bar{z}x\vee\bar{y}\bar{z}\bar{x}$

Пример 2. Найти СКНФ для булевой функции: F(x,y,z) = $(x\vee y)(z\to x)$ аналитическим способом и с помощью таблицы истинности.

Решение.

а) С помощью законов логики заменим импликацию дизъюнкцией и отрицанием и приведембулеву функцию к КНФ.

F(x,y,z) = $(x\vee y)(z\to x) = (x\vee y)(\bar{z}\vee x)$.

Т.к. в каждом слагаемом не хватает по одной переменной, прибавим к каждому слагаемое 0, и затем представим 0 в виде: 0 = $a\bar{a}$ (вместо *a* необходимо записать недостающую переменную)

F(x,y,z) = $(x\vee y\vee 0)(\bar{z}\vee x\vee 0)=(x\vee y\vee z\bar{z})(\bar{z}\vee x\vee y\bar{y})=(x\vee y\vee z)\underline{(x\vee y\vee\bar{z})(\bar{z}\vee x\vee y)}(\bar{z}\vee x\vee\bar{y})$ = $(x\vee y\vee z)\ (\bar{z}\vee x\vee y)\ (\bar{z}\vee x\vee\bar{y})$.

б) Построим таблицу истинности для функции F(x,y,z) = $(x\vee y)(z\to x)$.

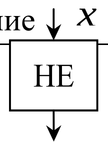
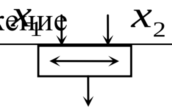
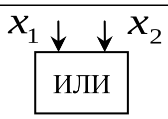
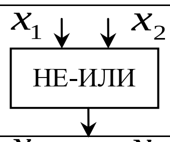
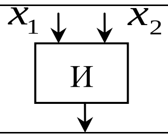
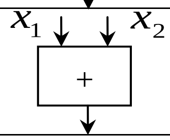
x	y	z	$x\vee y$	$z\to x$	$(x\vee y)(z\to x)$
0	0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	0	**0**
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	**0**
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

В последнем столбце выделим наборы, для которых значение функции ложно и для каждого набора построим элементарные дизъюнкции, причем каждой переменной x_k=1 будет соответствовать$\bar{x}_k$, а каждой x_k=0 будет соответствовать x_k. Далее составляем конъюкнции построенных элементарных дизъюнкций.

F(x,y,z) = $\mathbf{(x\vee y\vee z)\ (\bar{z}\vee x\vee y)\ (\bar{z}\vee x\vee\bar{y})}$

Ответ: СКНФ:F(x,y,z) = $(x\vee y\vee z)\ (\bar{z}\vee x\vee y)\ (\bar{z}\vee x\vee\bar{y})$

Устройства, реализующие элементарные булевые функции, называются **логическими элементами**. Логические элементы изображаются в виде прямоугольников, внутри которых помещаются условные названия или символы соответствующих функций:

Функция	Графическое изображение	Функция	Графическое изображение
$\bar{x}$		$x_1 \Leftrightarrow x_2$	
$x_1 \vee x_2$		$x_1 \mid x_2$	
$x_1 x_2$		$x_1 \oplus x_2$	

Из данных логических элементов путем соединения входа одного из них с выходом другого можно строить сложные логические схемы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1.
Найти СДНФ для булевой функции а) аналитическим способом; б) с помощью таблицы истинности.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**	**IV вариант**
F(x,y,z) = $(\bar{x}\to yz)\vee(y\leftrightarrow z)$	F(x,y,z) = $(\bar{x}\to z)\vee\bar{y}z$	F(x,y,z) = $(\bar{x}\leftrightarrow y)\vee(x\to yz)$	F(x,y,z) = $(\bar{y}\to\bar{x})\vee xz$

Задание 2.
Найти СКНФ для булевой функции а) аналитическим способом; б) с помощью таблицы истинности.

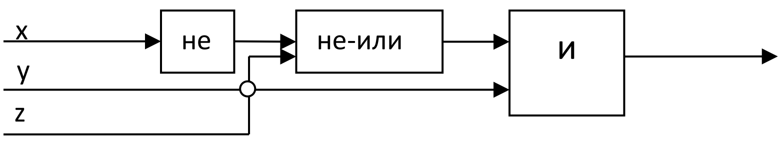
I вариант	**II вариант**	**III вариант**	**IV вариант**
F(x,y,z) = $(\bar{x}\to z)(\bar{y}\vee x)$	F(x,y,z) = $(\bar{x}\vee z)(y\to z)$	F(x,y,z) = $(\bar{y}\to x)(x\vee z)$	F(x,y,z) = $(x\vee y)(x\to z)$

Задание 3. Для данной булевой функции построить логическую схему

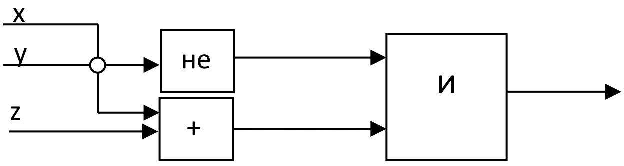
I вариант	**II вариант**	**III вариант**	**IV вариант**
F(x,y,z) = $(x\vee y)(\bar{x}\oplus z)$	F(x,y,z) = $(\bar{x}\&y)\vee\overline{(x\mid z)}$	F(x,y,z) $=(\bar{y}\vee x)(\bar{x}\oplus z)$	F(x,y,z) = $(x\&\bar{y})\vee\overline{(y\mid z)}$

Задание 4.
По заданной логической схеме построить булеву функцию и составить ее таблицу истинности:

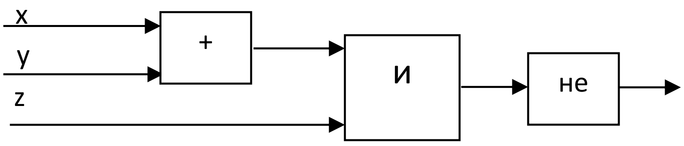
Iвариант



II вариант



III вариант



IV вариант

КОНТРО ЫЕ В

1. Какие законы логики применяются для ввода недостающих переменных при представлении булевой функции в виде СДНФ и СКНФ?
2. Приведите примеры логических схем, используемых в ЭВМ.

Практическая работа
Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M. Полнота множеств

Пусть имеется некоторый набор *K*, состоящий из конечного числа булевых функций. Суперпозицией функций из этого набора называются новые функции, полученные с помощью конечного числа применения двух операций;
можно переименовать любую переменную, входящую в функцию из *K*;
вместо любой переменной можно поставить функцию из набора *K* или уже образованную ранее суперпозицию.
Суперпозицию еще иначе называют сложной функцией.

Пример 7.1**.** Если дана одна функция $x|y$ (штрих Шеффера), то ее суперпозициями, в частности, будут следующие функции $x|x$, $x|(x|y)$, $x|(y|z)$ и т. д.
Замыканием набора функций из *K* называется множество всех суперпозиций. Класс функций *K* называется *замкнутым*, если его замыкание совпадает с ним самим.
Набор функций называется *полным*, если его замыкание совпадает со всеми логическими функциями. Иначе говоря, полный набор – это множество таких функций, через которые можно выразить все остальные булевы функции.

Неизбыточный полный набор функций называется базисом (“неизбыточный” означает, что если какую-то функцию удалить из набора, то этот набор перестанет быть полным).

Пример 7.2. Конъюнкция, дизъюнкция и отрицание являются полным набором (в этом убедились в разд. 5), но не являются базисом, так как это набор избыточен, поскольку с помощью правил де Моргана можно удалить конъюнкцию или дизъюнкцию. Любую функцию можно представить в виде полинома Жегалкина (разд. 6). Ясно, что функции конъюнкция, сложение по модулю 2 и константы 0 и 1 являются полным набором, но эти четыре функции также не являются базисом, поскольку 1+1=0, и поэтому константу 0 можно исключить из полного набора (для построения полиномов Жегалкина константа 0 необходима, поскольку выражение “1+1” не является полиномом Жегалкина).

Легко видеть, что одним из способов проверки полноты какого-то набора K является проверка того, что через функции из этого набора выражаются функции другого полного набора (можно проверить, что через функции из K можно выразить конъюнкцию и отрицание или дизъюнкцию и отрицание.

Существуют такие функции, что одна такая функция сама является базисом (здесь достаточно проверить только полноту, неизбыточность очевидна). Такие функции называются шефферовскими функциями. Это название связано с тем, что штрих Шеффера является базисом. Напомним, что штрих Шеффера определяется следующей таблицей истинности:

$$x|y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{x \cdot y} \qquad \text{(«не И»).}$$

Так как очевидно $x|x = \bar{x}$, т. е. отрицание является суперпозицией штриха Шеффера, а дизъюнкция тогда $x \vee y = \overline{x|y} = (x|y)|(x|y)$, штрих Шеффера сам является базисом. Аналогично, стрелка Пирса является шефферовской функцией (студенты могут проверить это сами). Для функций 3-х или более переменных шефферовских функций очень много (конечно, выражение других булевых функций через шефферовскую функцию большого числа переменных сложно, поэтому в технике они редко используются).

Заметим, что вычислительное устройство чаще всего базируется на полном наборе функций (часто на базисах). Если в основе устройства лежат конъюнкция, дизъюнкция и отрицание, то для этих устройств важна проблема минимизации ДНФ; если в основе устройства лежат другие функции, то полезно уметь алгоритмически минимизировать выражения через эти функции.

Перейдем теперь к выяснению полноты конкретных наборов функций. Для этого перечислим 5 важнейших классов функций:

- T_0 – это набор всех тех логических функций, которые на нулевом наборе принимают значение 0 (T_0 – это класс функций, *сохраняющих* 0);

- T_1 – это набор всех логических функций, которые на единичном наборе принимают значение 1 (T_1 – это класс функций, *сохраняющих единицу*) (заметим, что число функций от n переменных принадлежащих классам T_0 и T_1 равно 2^{2n-1});
- L – класс *линейных* функций т. е. функций, для которых полином Жегалкина содержит только первые степени переменных;
- M – класс *монотонных* функций. Опишем класс этих функций более подробно. Пусть имеются 2 набора из n переменных: s1 = $(x_1, x_2,..., x_n)$

$s_1 = (x_1, x_2,\ldots, x_n)$ и $s_2 = (y_1, y_2,\ldots, y_n)$. Будем говорить, что набор s_1 меньше набора s_2 (s_1 £ s_2), если все x_i £ y_i. Очевидно, что не все наборы из n переменных сравнимы между собой (например, при $n = 2$ наборы (0,1) и (1,0) не сравнимы между собой). Функция от n переменных называется *монотонной*, если на меньшем наборе она принимает меньшее или равное значение. Разумеется, эти неравенства должны проверяться только на сравнимых наборах. Понятно, что несравнимые наборы – это те, в которых есть некоторые координаты типа (0,1) в одном наборе и (1,0) в другом на соответствующих местах (в дискретной математике монотонные функции это только как бы “монотонно возрастающие функции”, “монотонно убывающие” функции здесь не рассматриваются).

Пример. В нижеследующей таблице функции f_1, f_2 являются монотонными функциями, а функции f_3, f_4 – нет.

x	y	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1

Естественный порядок переменных обеспечивает тот факт, что если какой-то набор меньше другого набора, то он обязательно расположен в таблице истинности *выше* “большего” набора. Поэтому *если в таблице истинности* (*при естественном порядке набора переменных*) *вверху стоят нули*, *а затем единицы*, *то эта функция точно является монотонной*. *Однако возможны инверсии, т. е. единица стоит до каких-то нулей, но функция является все равно монотонной* (в этом случае наборы, соответствующие “верхней” единице и “нижнему” нулю должны быть *несравнимы*; можно проверить, что функция, задаваемая таблицей истинности *при естественном порядке набора переменных* (00010101), является монотонной);

- Класс S – класс *самодвойственных* функций. Функция n переменных называется самодвойственной, если на противоположных наборах она принимает противоположные значения, т. е. самодвойственная функция $f(x_1, x_2,\ldots,x_n)$ удовлетворяет условию $f(x_1,x_2, ..., x_n) =$.

$\bar{f}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n)$. Например, функции f_1, f_2 - являются самодвойственными, а функции f_3, f_4 – не являются.Нетрудно устанавливается следующий факт.

Теорема. *Классы функций T_0, T_1, L, M, S замкнуты.*

Это утверждение следует непосредственно из определения самих этих классов, а также из определения замкнутости.

В теории булевых функций очень большое значение имеет следующая теорема Поста.

Теорема Поста. *Для того чтобы некоторый набор функций K был полным, необходимо и достаточно, чтобы в него входили функции, не принадлежащие каждому из классов T_0, T_1, L, M, S.*

Заметим, что необходимость этого утверждения очевидна, так как если бы все функции из набора K входили в один из перечисленных классов, то и все суперпозици и, а значит, и замыкание набора входило бы в этот класс и класс K не мог быть полным.

Достаточность этого утверждения доказывается довольно сложно, поэтому здесь не приводится.

Из этой теоремы следует довольно простой способ выяснения полноты некоторого набора функций. Для каждой из этих функций выясняется принадлежность к перечисленным выше классам. Результаты заносятся в так называемую *таблицу Поста* (в нашем примере эта таблица составлена для 4-х функций, причем знаком "+" отмечается принадлежность функции соответствующему классу, знак "–" означает, что функция в него не входит).

f	T_0	T_1	L	M	S
f_1	+	–	+	–	–
f_2	+	–	–	–	+
f_3	–	+	–	–	–
f_4	+	+	–	+	–

В соответствии с теоремой Поста набор функций будет полным тогда и только тогда, когда в каждом столбце таблицы Поста имеется хотя бы один минус. Таким образом, из приведенной таблицы следует, что данные 4 функции образуют полный набор, но эти функции не являются базисом. Из этих функций можно образовать 2 базиса: f_3, f_1 и f_3, f_2. Полными наборами будут любые наборы содержащие, какой-либо базис.

Непосредственно из таблицы Поста следует, что число базисных функций не может быть больше 5. Нетрудно доказать, что на самом деле это число меньше или равно 4.

Практическая работа
Множества и основные операции над ними.

***Цель работы*:** научиться выполнять операции над множествами, представлять множества кругами Эйлера и решать задачи на подсчет количества элементов.

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основные принципы теории множеств; необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

Выполнение данной практической работы способствует формированию профессиональных компетенций ПК 1.2.Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности; ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы; ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Совокупность элементов, объединенных некоторым признаком, образует **множество**. Над множествами можно совершать следующие операции:

1. Объединение (A∪B) – включает элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B.
2. Пересечение (A∩B) – включает элементы, которые одновременно принадлежат A и B.
3. Разность (A\B) – включает элементы, которые принадлежат A и не принадлежат B.
4. Дополнение (A’) – включает элементы, которые не принадлежат множеству A (т.е. дополняют его до универсального U).
5. Декартово произведение (AxB) – включает упорядоченные пары (a, b), в которых первый элемент a принадлежит множеству A, второй элемент b принадлежит множеству B.

*Пример 1.*На множестве U букв русского алфавита заданы множества:
A = {л, о, г, и, к, а}
B = {у, р, о, к}
C = {г, р, у, п, п, а}
Найти следующие множества: А) (A∩B)∪C;   Б) (A∪B)∩C; В) U\(A∪B∪C)
Решение
<u>А) (A∩B)∪C</u>
Сначала определим пересечение множеств A и B (A∩B), которое включает буквы, принадлежащие одновременно множествам A и B.
A∩B = {о, к}

Объединим получившиеся пересечение с множеством С. Объединение будет содержать элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств: $(A\cap B)\cup C$ = {о, к, г, р, у, п, п, а}

<u>Б) $(A\cup B)\cap C$</u>

Объединение множеств $A\cup B$ = {л, о, г, и, к, а, у, р}

$(A\cup B)\cap C$ = {г, а, у, р}

<u>В) $U\setminus(A\cup B\cup C)$</u>

Объединение множеств $A\cup B\cup C$ = {л, о, г, и, к, а, у, р, п}

Универсальным множеством является множество букв русского алфавита, поэтому в разности $U\setminus(A\cup B\cup C)$ будут содержаться буквы алфавиты, не входящие в объединение $(A\cup B\cup C)$

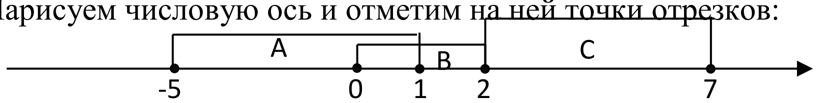
$U\setminus(A\cup B\cup C)$ = {б, в, д, е, ё, ж, з, и, й, м, н, с, т, ф, х, ц, ч, ш, щ, ъ, ь, ы, э, ю, я}

Пример 2. Даны отрезки A = [-5, 1], B = [0, 2], C = [2, 7].

Найти следующие множества: А) $(A\cup B)$;   Б) $(A\cap B)\cup C$; В) $(C\cup B)\setminus(A\cap B)$

Решение

Нарисуем числовую ось и отметим на ней точки отрезков:



<u>А) $(A\cup B)$</u> = [-5, 2]

<u>Б) $(A\cap B)\cup C$</u> = [0, 1] $\cup$C = [0, 1] $\cup$ [2, 7].

<u>В) $(C\cup B)\setminus(A\cap B)$</u> = [0, 7] \ [0, 1] = [1, 7]

Операции над множествами применяются для решения задач о нахождении числа элементов множеств, заданных несколькими условиями.

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$ - формула количества элементов в объединении двух конечных множеств (формула включений-исключений для двух множеств);

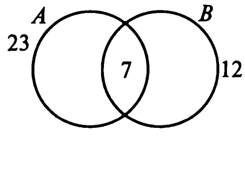
$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A\cap B) - n(A\cap C) - n(C\cap B) + n(A\cap B\cap C)$ - формула включений-исключений для трех множеств.

Пример 3. Каждый студент группы программистов занимается в свободное время либо в НСО, либо спортом. Сколько студентов в группе, если 23 увлекаются спортом, 12 занимаются НСО, а 7 совмещают занятия в НСО и увлечение спортом?

Дано:

A – множество студентов, увлекающихся спортом.

B – множество студентов, занимающизся в НСО.



n(A) = 23

n(B) = 12

$n(A\cap B) = 7$

Найти: $n(A\cup B)$ - ?

Решение. $n(A\cup B) = 23 + 12 – 7 = 28$

Используя определения операций и свойства операций можно доказывать различные теоретико-множественные соотношения.

Пример 4. Доказать равенство $A \setminus B = A \cap B'$.

Решение. Для доказательства равенства двух множеств нужно показать, что каждое из множеств является подмножеством другого. Это можно осуществить, выбирая произвольный элемент одного множества и доказывая, что он принадлежит другому множеству.

$a \in A \setminus B \leftrightarrow (a \in A)$ и $(a \notin B)$ – по определению разности $A \setminus B$

$\leftrightarrow (a \in A)$ и $(a \in B')$ – по определению дополнения

$\leftrightarrow a \in A \cap B'$ – по определению пересечения.

Равенство $A \setminus B = A \cap B'$ доказано.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1. На множестве U букв русского алфавита заданы множества A, B, C. Найти следующие множества и изобразить их кругами Эйлера.

А) $(A \cap B) \cup C$; Б) $(A \cup B) \cap C$; В) $U \setminus (A \cup B \cup C)$

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = {д, о, с, к, а} B = {л, о, д, к, а} C = {к, н, и, г, а}	A = {г, р, у, ш, а} B = {б, у, г, о, р} C = {к, н, и, г, а}	A = {м, о, р, я, к} B = {я, к, о, р, ь} C = {к, р, о, н, а}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = {б, и, л, е, т} B = {б, и, р, к, а} C = {т, а, л, о, н}	A = {з, а, в, о, д} B = {н, а, р, о, д} C = {д, о, с, к, а}	A = {п, а, л, е, ц} B = {ц, а, п, л, я} C = {п, е, т, л, я}

Задание 2. Даны отрезки A, B, C. Найти следующие множества:

А) $(A \cup B)$; Б) $(A \cap B) \cup C$; В) $(C \cup B) \setminus (A \cap B)$

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = [-2, 7]; B = [3, 10]; C = [5, 15]	A = [-4, 2]; B = [0, 6]; C = [3, 9]	A = [0, 8]; B = [4, 12]; C = [9, 20]
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = [-6, 0]; B = [-3, 5]; C = [2, 8]	A = [0, 4]; B = [2, 9]; C = [5, 11]	A = [-1, 8]; B = [4, 13]; C = [6, 17]

Задание 3.

Даны множества A, B. Определить декартово произведение множеств А) AxB; Б) AxA

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = {8, 9, 10} B = {а, б}	A = {а, б, с} B = {3, 4}	A = {5, 6, 8} B = {л, к}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = {о, п, р} B = {0, 1}	A = {1, 5, 10} B = {к, н}	A = {д, г, в} B = {20, 21}

Задание 4.

Используя формулу включения и исключения решить задачи.

I вариант

1. Все девочки в классе увлекаются вязанием или шитьем. Сколько девочек в классе, если вязанием занимаются 15 человек, шитьем – 20, а вязанием и шитьем – 10?
2. Из 100 студентов университета английский язык знают 28 студентов, немецкий — 30, французский — 42, английский и немецкий — 8, английский и французский — 10, немецкий и французский — 5, все три языка знают 3 студента. Сколько студентов не знают ни одного из трех языков?

II вариант

1. Художник Худобеднов за месяц работы написал 42 картины. На 17 из них есть лес, на 26 – река, а на 13 – и то, и другое, на остальных картинах – не пойми что. Сколько картин изображают не пойми что?
2. В первом классе читать умеют 12 учеников, считать – 8, писать – 9; читать и писать – 4, читать и считать – 5, писать и считать – 3; читать, писать и считать – 2; 6 учеников до сих пор ничему не научились. Сколько учеников в классе?

III вариант

1. В группе – 29 студентов. Каждый из них изучает или английский, или немецкий язык. 5 студентов изучает и английский, и немецкий одновременно. Сколько студентов занимаются в английской группе, если в немецкой – 12 студентов.
2. В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

IV вариант

1. В классе 28 учащихся, 15 из них занимаются музыкой, 13 увлекаются теннисом, а 8 занимаются и музыкой, и теннисом. Есть ли в классе ученики, равнодушные и к музыке, и к теннису, и если есть, то сколько их?
2. На экзамене по математике не решили ни одной задачи 5 человек, решили первую задачу – 3 человека , вторую задачу – 7 человек, третью задачу – 8 человек, 1-ую и 2-ую задачи – 2 человека, 1-ую и 3-ую – 2 человека, 2-ую и 3-ую – 4 человека, все задачи – 1 человек. Сколько было всего студентов?

V вариант

1. Из 35 учащихся класса 20 посещают математический кружок, 11 – физический, 10 – не посещают кружки. Сколько учеников посещают математический и физический кружки одновременно?
2. На вступительном экзамене по математике были предложены три задачи: по алгебре, планиметрии и стереометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по планиметрии — 700, а по стереометрии — 600 абитуриентов. При этом задачи по алгебре и планиметрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и стереометрии — 500, по планиметрии и стереометрии — 400. Все три задачи

решили 300 абитуриентов. Существуют ли абитуриенты, не решившие ни одной задачи, и если да, то сколько их?

VI вариант

1. В группе – 25 студентов. Каждый из них изучает или английский, или французский язык. 6 студентов изучает и английский, и французский одновременно. Сколько студентов занимаются во французской группе, если в английский – 18 студентов.
2. В классе 30 человек. Из них 15 занимаются в драмкружке, 18 поют в хоре, 16 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 5 спортсменов посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

Задание 5.

Доказать равенство аналитическим способом.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$	$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$	$(A\cap B)' = A'\cup B'$
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
$(A\cup B)' = A'\cap B'$	$(A\backslash B)\cap C = (A\cap C)\backslash B$	$A\backslash(B\cup C) = (A\backslash B)\cap(A\backslash C)$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поставьте в соответствие операциям над множествами логические операции?
2. Как можно доказать теоретико-множественные соотношения?

Практическая работа

Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

***Цель работы*: научиться решать логические задачи используя диаграммы Эйлера-Венна.**

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основы алгебры предикатов; необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

Выполнение данной практической работы способствует формированию профессиональных компетенций ПК 1.2.Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности; ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы; ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Для построения отрицания высказываний, содержащих квантор $\frac{\text{общности } (\forall)}{\text{существования } (\exists)}$, достаточно заменить его на другой квантор $\frac{\text{существования } (\exists)}{\text{общности } (\forall)}$ и взять отрицание выражения, на которое этот квантор был «навешан».

Пример 1. Для данных высказываний построить их отрицание.

1) A: «Все целые числа являются простыми».

Данное высказывание содержит квантор общности (слово «все»), заменим его на квантор существования (слово «некоторые») и добавим отрицание с помощью частицы «не».

$\overline{\text{A}}$: «Некоторые целые числа не являются простыми»

2) A: «Некоторые люди любят есть репу»

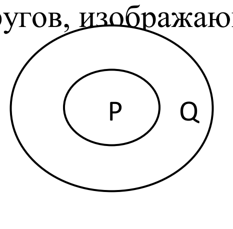
Данное высказывание содержит квантор существования (слово «некоторые»), заменим его на квантор общности («все») и добавим отрицание с помощью частицы «не».

$\overline{\text{A}}$: «Все люди не любят есть репу».

Для неформальной проверки правильности умозаключений, включающих утверждения типа «для всех» и «для некоторого», используются диаграммы Эйлера, которые состоят из кругов, изображающих множества.

Утверждению "Все p есть q" соответствует диаграмма, приведенная на рис. 1.На ней круг, изображающий множество p, содержится в круге, изображающем множество q.

Утверждение "Некоторые p есть q" представляется диаграммой на рис. 2. На этой диаграмме пересечение кругов, изображающих множества p и q, непусто.



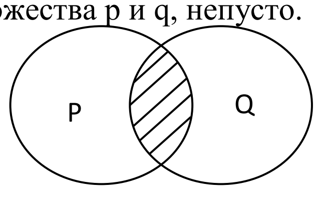


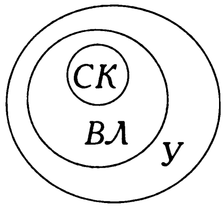
рис. 1 рис. 2

Пример 2. Дано умозаключение. Проверить его правильность.

Все студенты колледжа выдающиеся

Все выдающиеся люди — ученые

Все студенты колледжа — ученые



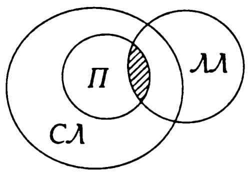
В соответствии с посылками круг, изображающий студентов колледжа (СК), должен быть внутри круга, изображающего выдающихся людей (ВЛ), который, в свою очередь, должен быть внутри круга (У), изображающего ученых. Следовательно, круг студентов колледжа должен находиться внутри круга ученых, и умозаключение является правильным.

Пример 3. Дано умозаключение. Проверить его правильность.

Все поэты счастливы

Некоторые поэты ленивы

Некоторые ленивые люди счастливы



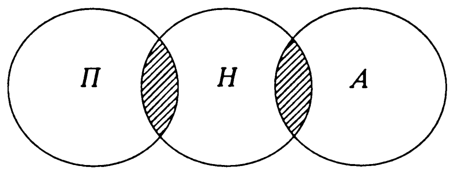
В соответствии с посылками круг, изображающий поэтов (П), должен быть внутри круга, изображающего счастливых людей (СЛ), а пересечение поэтов и ленивых людей (ЛЛ) должно быть непусто. Но это пересечение содержится в круге, изображающем поэтов, так что пересечение ленивых и счастливых людей непусто. Умозаключение правильно.

Пример 4. Дано умозаключение. Проверить его правильность.

Некоторые поэты неудачники

Некоторые атлеты неудачники

Некоторые поэты являются атлетами



Мы видим, что возможно построить такую диаграмму Эйлера, в которой пересечение кругов поэтов (П) и неудачников (Н) непусто и пересечение кругов атлетов (А) и неудачников непусто, так что посылки истинны, но при этом круги поэтов и атлетов не пересекаются, так что следствие не является верным. Следовательно, умозаключение не является правильным.

В основе проверки правильности подобных умозаключений лежит теория силлогистических выводов Аристотеля.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1. Постройте отрицание к высказываниям, содержащим кванторы**.**

I вариант	II вариант

Все планеты имеют атмосферу. Некоторые люди ходят в театр.	Некоторые студенты учатся на «отлично». Все птицы улетают зимой в теплые края.
III вариант	**IV вариант**
Некоторыемашины красного цвета. Все компьютеры подключены к Интернету.	Все кошки любят молоко. Некоторые приборы исправны.

Задание 2. Проверьте правильность умозаключений.

I вариант	**II вариант**
a) Все адвокаты богаты. Все богатые едят омаров. Все адвокаты едят омаров. b) Некоторые адвокаты богаты. Некоторые врачи богаты. Некоторые врачи – адвокаты.	a) Некоторые марсиане зеленые. Все елки зеленые. Некоторые марсиане – елки. b) Все мужчины любят мясо. Некоторые учителя – мужчины. Некоторые учителя любят мясо.
III вариант	**IV вариант**
a) Все врачи любят музыку. Все поэты любят музыку. Все врачи – поэты. b) Некоторые врачи умные. Все умные люди поэты. Некоторые врачи – поэты.	a) Все машины дорогие. Велосипед не дорогой. Велосипед – не машина. b) Все мужчины смотрят телевизор. Некоторые слесари – мужчины. Некоторые слесари смотрят телевизор.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. По какому правилу строится отрицание к высказываниям, содержащим кванторы.
2. Какой ученый заложил основы теории силлогистических выводов?
3. Как с помощью диаграмм Эйлера строятся высказывания содержащие кванторы общности и существования?

Практическая работа
Исследование свойств бинарных отношений.

Цель работы – исследование свойств бинарных отношений.

Задание

Для заданного базового множества **M**:

1. Построить бинарные отношения **P** и **Q;** определить их свойства и классы;
2. Отношение **Q** графически (с использованием двудольных графов) возвести в степени **2,3**;
3. Построить транзитивное замыкание $\mathbf{Q}^{+}$ с описанием алгоритма;
4. Построить транзитивно–рефлексивное замыкание **P*;**
5. Получить отношение **R = P × Q** с использованием двудольных графов;

6. Найти для **R** обратное отношение и дополнение отношения.

Выбор варианта: студент выбирает вариант задачи, определив значение t , где t = [N/ 9] – остаток от деления нацело числа N (порядковый номер в основном списке группы).

Таблица 2. Индивидуальное задание к практической работе

t	**Базовое множество М**	**Отношение P**	**Отношение Q**
	M={2,4,5,6,9}	числа в паре отличаются не больше, чем на две единицы	в паре сумма чисел кратна трем
	M={a,b,c,e,f}	символы «**b**» или «**e**» в паре только на первом месте, а на втором их быть не может	в паре на любом месте один символ «**b**»
	M={1,4,6,7,9}	числа в паре отличаются не меньше, чем на четыре единицы и большее число в паре стоит первым	в паре на первом месте четное число, а на втором его быть не может
	M={a,b,c,d,f}	символ «**a**» в паре только на втором месте, а на первом его быть не может	все пары, в которых на первом месте символ «**b**», а на втором его нет и элементы «**ac**» и «**cd**»
	M={1,2,3,4,5}	числа в паре отличаются ровно на три единицы	в паре на втором месте четное число, а на первом его быть не может
	M={a,b,e,d,f}	в паре всегда есть один символ «**b**», а также элементы «**ae**» и «**ed**»	согласная буква в паре только на первом месте, а на втором ее быть не может
	M={1,2,3,4,6}	числа в паре отличаются ровно на две единицы	в паре на первом месте нечетное число (на втором его быть не может)
	M={1,2,5,7,8}	числа в паре отличаются не больше, чем на три единицы	в паре на первом месте четное число, а на втором его быть не может
	M={a,b,c,d,f}	в каждой паре символ «**c**»только на первом месте, а на втором его быть не может и элемент «**ab**»	в паре обязательно присутствует на любом месте один символ «**a**»

Практическая работа
Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции

Цель работы: отработать навыки определения логического значения для высказываний типов $\forall x\ P(x)$, $\exists x\ P(x)$, $\forall x\ \exists y\ P(x, y)$, $\exists x\ \forall y\ P(x, y)$; построения отрицаний к предикатам; формализации предложений с помощью логики предикатов.

Студент должен:
<u>знать:</u>
- понятия *предикат, область определения* и *область истинности предиката*;
- операции над предикатами (обычные логические и кванторные);
- понятия *предикатная формула, свободная переменная* и *связанная переменная*;
- методику построения отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции;
- понятия *следование одного предиката из другого* и *равносильность предикатов*;

<u>уметь:</u>
- записывать область истинности:
  а) для элементарных предикатов от одной переменной;
  б) для элементарных предикатов от нескольких переменных;
  в) для предикатов, составленных из элементарных с помощью логический операций;
- определять логическое значение («истинно - ложно») для высказываний типа
  $\forall x\ P(x)$, $\exists x\ P(x)$, $\forall x\ \exists y\ P(x, y)$, $\exists x\ \forall y\ P(x, y)$;
- выделять в предикатной формуле свободные переменные и связанные переменные;
- записывать область истинности для предикатов, содержащих кванторные операции;
- строить отрицания к предикатам, содержащим кванторные операции;
- формализовывать предложения с помощью логики предикатов;
- проверять два предиката на следование одного из другого и на равносильность.

Задание 1. Пусть x определен на множестве людей M, а P(x) – предикат «x – смертен». Дать словесную формулировку предикатной формулы $\forall x\ P(x)$.

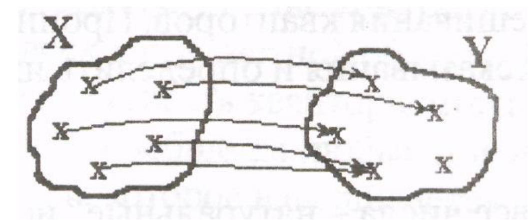
Задание 2. Пусть P(x) – предикат «x – четное число», определенный на множестве M. Дать словесную формулировку высказыванию $\exists x\ P(x)$, определить его истинность.

Задание 3. Пусть N(x) – предикат «x – натуральное число». Рассмотреть варианты навешивания кванторов. Проинтерпретировать полученные высказывания и определить их истинность.

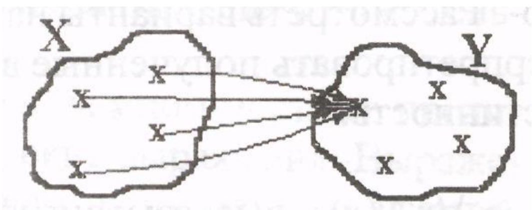
Задание 4. Записать предикатной формулой предложение «Любой человек имеет отца».

Задание 5. Пусть предикат P(x, y) описывает отношение «x любит y» на множестве людей. Рассмотреть все варианты навешивания кванторов на обе переменные. Дать словесную интерпретацию полученных высказываний.

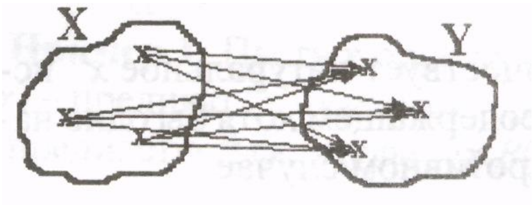
а) $\forall x\ \exists y$ ЛЮБИТ (x,y)



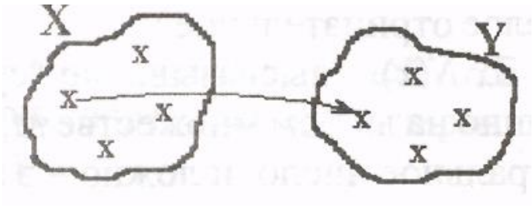
б) $\exists y\ \forall x$ ЛЮБИТ (x,y)



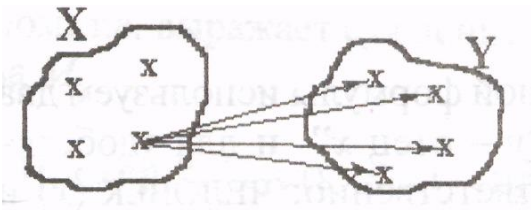
в) $\forall x\ \forall y$ ЛЮБИТ (x,y)



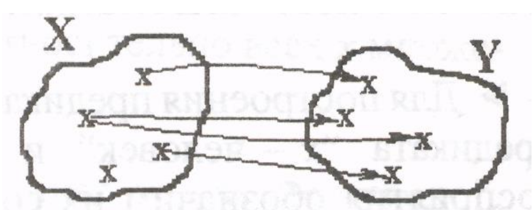
г) $\exists x\ \exists y$ ЛЮБИТ (x,y)



д) $\exists x\ \forall y$ ЛЮБИТ (x,y)



е) $\forall y\ \exists x$ ЛЮБИТ (x,y)



Практическая работа
Работа машины Тьюринга

***ЦЕЛЬ РАБОТЫ*: научиться строить машины Тьюринга и применять нормальные алгоритмы Маркова.**

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основы теории алгоритмов; необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

Выполнение данной практической работы способствует формированию профессиональных компетенций ПК 1.2.Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности; ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы; ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Для уточнения понятия алгоритмего заменили строго формализованными математическими моделями: рекурсивные функции, машины Тьюринга и нормальные алгоритмы Маркова.

Машина Тьюринга состоит из ленты бесконечной длины, разделенной на ячейки, и управляющей головки, которая перемещается вдоль ленты.

Создать (запрограммировать) МТозначает создать ее **устройство управления**– нарисованную или напечатанную на листе бумаги прямоугольная таблица.

Входные символы / Состояния	s_0	s_1	s_2	s_n
q_1		Команды ТМ		
q_2				
q_n				

Команды ТМ записываются в виде: символ, направление передвижения, состояние.

Пример 1. На ленте есть слово, состоящее из символов #, $, 1 и 0. Составить программу, заменяющую все символы # и $ на нули. В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.

Решение

Рассмотрим пример ленты для описанной машины Тьюринга:

	S_0	1	0	0	0		
	Hq_0	$Лq_1$	$Лq_1$	$Лq_1$	$Лq_1$		
	S_0	1	#	$	0	S_0	
					△		

q_1 – состояние изменения символа и движения влево; q_1 – состояние остановки.

Получим следующую программу:

	S_0	1	0	#	$
q_1	S_0Hq_0	$1Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$

*Пример 2***.**Построить машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу на ленте. Машина должна прибавить единицу к последней цифре числа. Если последняя цифра равна 9, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

Решение. Входное слово состоит из цифр целого десятичного числа, записанных в последовательные ячейки на ленте.

Программа для данной машины Тьюринга может выглядеть так:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	S_0
q_1	$1Hq_0$	$2Hq_0$	$3Hq_0$	$4Hq_0$	$5Hq_0$	$6Hq_0$	$7Hq_0$	$8Hq_0$	$9Hq_0$	$0Лq_0$	$1Hq_0$

q_1 — состояние изменения цифры, q_0 — состояние останова.

Пример 3. Алфавит машины Тьюринга состоит из символом a,b,c. Составить программу, которая переносит первый символ непустого слова P в его конец.

Например:

	a	b	c	b			→			b	c	b	a

Решение

Для решения этой задачи предлагается выполнить следующие действия:

1. Запомнить первый символ слова, используя различные состояния машины.
2. Стереть этот символ.
3. Перегнать автомат вправо под первую пустую клетку за словом, и записать в неёзапомненный символ.

Программа будет следующей:

	a	b	c	S_0	
q_1	$S_0Пq_2$	$S_0Пq_3$	$S_0Пq_4$	S_0Hq_0	q_1 – анализ 1 символа, его удаление и разветвление программы
q_2	$aПq_2$	$bПq_2$	$cПq_2$	aHq_0	q_2 – запись справа a
q_3	$aПq_3$	$bПq_3$	$cПq_3$	bHq_0	q_3– запись справа b
q_4	$aПq_4$	$bПq_4$	$cПq_4$	cHq_0	q_4 – запись справас

Нормальным алгоритмом Маркова называется непустой конечный упорядоченный набор формул подстановок.**Формулой подстановки** называется запись вида $\alpha\to\beta$, где α и β – любые слова (возможно, и пустые).

Работа алгоритма Маркова состоит из нескольких шагов:

1. Формулы просматриваются сверху вниз, начиная с верхней, выбирается первая применимая формула, далее выполняется подстановка и получается новое слово P_1.
2. Далее полученное слово P_1 берется за исходное и снова формулы просматриваются сверху вниз, начиная с верхней и т.д.
3. Работа алгоритма повторяется до тех пор, покалибо не возникнет ситуация, когда ни одна подстановка не подходит - правило остановки;либо не будет установлено, что процесс подстановок не может остановиться.

Пример 4. Дано слово 1 + 2 + 2 + 1 + 4. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

1) 2 + 2 →4
2) 5 + 1 →6
3) 1 + 4 →5

Решение

$$1 + \underline{2\ +\ 2} + 1 + 4 \overset{1}{\Rightarrow} \underline{1\ +\ 4} + 1 + 4 \overset{3}{\Rightarrow} \underline{5\ +\ 1} + 4 \overset{2}{\Rightarrow} 6 + 4$$

Т.к. больше не одна подстановка не подходит, то работа алгоритма заканчивается.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Iвариант

***Задание 1*. Постройте машину Тьюринга**

1. На ленте есть слово, состоящее из символов %,#, 0 и 1. Разработайте программу, заменяющую все символы % на # и наоборот. В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.
2. Постройте машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу, записанному в пятеричной системе счисления. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа (машина должна прибавить единицу к последней цифре числа, если последняя цифра равна 4, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре).
3. Входной алфавит машины Тьюринга: A={a,b}. Составить программу, удаляющую из слова P его второй символ.

   Т.е. надо запомнить и стереть первый символ, передвинуть головку вправо и на месте второго символа записать первый символ.

	0					0

0				0

0				0	

Задание 2. Примените подстановки нормального алгоритма Маркова

1. Нормальный алгоритм задан алфавитом A={a,b} и схемой:
   1) ba→ab
   2) ab→λ

   Примените этот алгоритм к словуbbaabab.
2. Примените к слову МУХА следующую схему НАМ:
   1) Х→К
   2) М→Р
   3) КА→ЛОН
   4) РУ→С

3. Дано слово 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

1) 2 + 2 →4
2) 1 + 1 →2
3) 4 + 2 →6

IIвариант

Задание 1. Постройте машину Тьюринга

1. На ленте есть слово, состоящее из символов №, %, 0 и 1. Разработайте программу, заменяющую все символы №на % и наоборот.В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.
2. Постройте машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу, записанному в шестеричной системе счисления. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа (машина должна прибавить единицу к последней цифре числа, если последняя цифра равна 5, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре).
3. Входной алфавит машины Тьюринга: A={c,d}. Составить программу, удаляющую из слова P его второй символ.

   Т.е. надо запомнить и стереть первый символ, передвинуть головку вправо и на месте второго символа записать первый символ.

	0					0

0				0

0				0	

Задание 2. Примените подстановки нормального алгоритма Маркова

1. Нормальный алгоритм задан алфавитом A={a,b} и схемой:
   1) ba→ab
   2) ab→λ

   Примените этот алгоритм к слову aabbaab.
2. Примените к слову КОСА следующую схему НАМ:
   1) К→Р
   2) ЗА→ЛИК
   3) С→З
   4) РО→Б
3. Дано слово 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:
   1) 2 + 2 →4
   2) 1 + 1 →2
   3) 4 + 4 →8

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте тезис Черча.
2. Постройте с помощью оператора суперпозиции функцию: S(x)=x+4.
3. Нормальный алгоритм задан алфавитом A={a,b} и схемой:
   1) ba→ab
   2) ab→ba. Примените этот алгоритм к слову baab.

Рассмотрено на заседании ЦК информационных технологий
Протокол №11 от «20» июня 2023 г.
Председатель ЦК С.С. Бальчугова

Комплект контрольно-оценочных средств

Форма контроля: промежуточная аттестация
Форма промежуточной аттестации: экзамен

Тип контрольного задания: письменный ответ
Проверяемые результаты обучения: У1 – У2, З1 - З3
Критерии оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	1. дан полный ответ на основе изученных теорий; 2. материал понят и осознан; 3. материал изложен в определенной логической последовательности литературным языком; 4.ответ самостоятельный.
«Хорошо» - 4	1. дан правильный ответ на основе изученных теорий; 2. материал понят и осознан; 3. материал изложен в определенной логической последовательности литературным языком; 4. допущены 2-3 несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя, или некоторая неполнота ответа, шероховатость в изложении материала.
«Удовлетворительно» - 3	1. материал в основном изложен полно, но при этом допущены 1-2существенные ошибки; 2. ответ неполный, построен несвязно, с помощью наводящих вопросов преподавателя.
«Неудовлетворительно» - 2	1.ответ обнаруживает незнание или непонимание большей и наиболее существенной части учебного материала

Составитель:

Хабарыгзенова Б.Ц., преподаватель

Вариант 1

1. Какие из данных высказываний являются истинными?

1. 29-простое число.
2. Земля - плоская.
3. 2-простое чётное число.
4. 2-простое нечётное число.
5. на ноль делить нельзя.

2. Какие из этих предложений являются высказываниями?

1. x+y=2;
2. 2+2=4;
3. x+2=5;
4. 13*13=170;
5. число 145-двузначное.

3. Запишите следующие высказывания в виде логического выражения:

А) «(5+5=10 и 6+6 =12) или (5+510 и 6+612);

Б) Если сумма цифр числа делится на 9, то число делится на 3 и на 9.

4. Составьте таблицы истинности логических выражений:

А) ; б) .

5. Нарисуйте логическую схему для следующего выражения:

6. Упростите логическое выражение:

7. Вычислите значение логического выражения, если известно, что А=0, В=1, С=1

А) ; Б) ; В) .

8. По таблице истинности определите значение логической функции:

Вариант 2

1. Какие из данных высказываний являются ложными?

1. 27-простое число.
2. Земля-плоская.
3. 2-простое чётное число.
4. 2-простое нечётное число.
5. на ноль делить нельзя.

2. Какие из этих предложений не являются высказываниями?

1. x+y=2;
2. 2+2=4;
3. x+2=5;
4. 13*13=170;
5. число 145-двузначное.

3. Запишите следующие высказывания в виде логического выражения:

А) «(5>0 или 6 <0) и (50 или 60);

Б) Неверно, что если число делится на три, то оно нечетное.

4. Составьте таблицу истинности логического выражения:

А) ; б) .

5. Нарисуйте логическую схему для следующего выражения:

6. Упростите логическое выражение:

7. Вычислите значение логического выражения, если известно, что А=1, В=1, С=0

А) ; Б) ; В) .

8. По таблице истинности определите значение логической функции:

Вариант 1

1. Выберите предложение, которое является предикатом:

А) Делайте зарядку.

Б) x + y = 5.

В) Париж – столица Англии.

Г) Здравствуйте!

2. Выберите одноместный предикат:

А) x + y=5;

Б) 2*2=4;

В) y+2=5;

Г) 13*13=169.

3. Найдите область истинности предиката: $(x-1)(x+2)(x^2 - 4x + 4)=0$

4. Изобразите на координатной плоскости область истинности предиката: 5x + 4y = 20

5. Дано: X = {-5; -2, -1, 2, 5, 7, 8, 12,15, 16, 18}, A(X): “X – отрицательное число”, B(X): “X делится на 5”. Найти А) , Б) A(X) V B(X), В)A(X)&B(X)

6. Пусть **X** – треугольник, P(X) – равносторонний. Записать с помощью кванторов, предложение: «Найдется равносторонний треугольник»

7. Записать словами выражение , если X – вектор, P(X) – быть единичным.

8. Выберите общеутвердительное суждение:

1. Никакой треугольник не является окружностью;
2. Все прямоугольники – параллелограммы;
3. Некоторые простые числа четны;
4. Некоторые функции — непериодические.

Вариант 2

1. Выберите предложение, которое является предикатом:

А) 5 + 5 = 12.

Б) x + 2y = 5x.

В) Следуйте за мной.

Г) Здравствуйте!

2. Выберите одноместный предикат:

А) x + y=5;

Б) 2*x=4;

В) y+2x=5;

Г) 13*13=169.

3. Найдите область истинности предиката: $(x + 4)(x + 6)(x^2 - 6x + 9)=0$

4. Изобразите на координатной плоскости область истинности предиката: 2x + 3y = 12.

5. Дано: X = {-6; -3, -1, 1, 3, 5, 8, 12, 15, 16, 18}, A(X): “X – простое число”, B(X): “X делится на 6”. Найти А) , Б) A(X)V B(X), В)A(X)&B(X)

6. Пусть **X** – вектор, P(X) – единичный. Записать с помощью кванторов, предложение: «Существуют не единичные вектора»

7. Записать словами выражение , если X – конус, P(X) – быть усеченным.

8. Выберите общеотрицательное суждение:

5. Никакой треугольник не является окружностью;
6. Все прямоугольники – параллелограммы;
7. Некоторые простые числа четны;
8. Некоторые функции — непериодические.

Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Палий, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для СПО / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 352 с.
2. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для СПО / И. И. Баврин. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 193 с.

Интернет источники

1.http://de.ifmo.ru –Электронный учебник.

2.http://siblec.ru - Справочник по Высшей математике и электроники.